



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير
تخصص الاقتصاد مالي تطبيقي
قسم العلوم الاقتصادية



مسابقة دكتوراه الطور الثالث بتاريخ: 2015/10/17

التمرين الأول:

إذا كان المجتمع غير منتهٍ أو المعاينة غير شاملة، أثبت أن تباين توزيع المعاينة للوسط $\sigma_v^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

التمرين الثاني:

بلغت نسبة الذكور في مؤسسة (A) 0.3 وفي مؤسسة أخرى (B) 0.2، فإذا قمنا بسحب عينتين عشوائيتين من المؤسسة الأولى (A) بحجم 100 والثانية من المؤسسة (B) بحجم 200.

المطلوب:

- 1- حدد توزيع المعاينة للفرق بين النسبتين.
 - 2- ما هو احتمال أن يكون الفرق بين نسبتي الذكور في المؤسستين أكبر من 0.06؟
 - 3- اختبر الفرض القائل بأن نسبتي الذكور في المؤسستين متساويتين بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$.
- التمرين الثالث:

الجدول التالي يبين بعض المخرجات الإحصائية للمقارنة بين متوسطي مساهمة قطاع الزراعة و قطاع الفنادق في الجزائر للسنوات من 1999 الى 2010 في الانتاج الخام % PPB.

المطلوب: تقديم شرحا لبيانات الجدول، مع صياغة الفرضية الإحصائية محل الاختبار؟

اختبار العينات المستقلة Test d'échantillons indépendant												
		اختبار ليفين لتساوي التباين		اختبار ستودنت لتساوي المتوسطات Test-t pour égalité des moyennes								
		Test de Levene sur l'égalité des variances		الإحصاءة F	الدلالة Sig.	الإحصاءة t	درجات الحرية ddl	الدلالة Sig. (bilatérale)	فرق المتوسطين Différence moyenne	فرق الانحراف المعياري Différence écart-type	مجال الثقة	
		Intervalle de confiance 95% de la différence									الحد الأدنى Inférieure	الحد الأعلى Supérieure
PPB	فرضية تساوي التباين Hypothèse de variances égales	30,590	0,000	24,533	22	0,000	7,756	0,316	7,101	8,412		
	فرضية عدم تساوي التباين Hypothèse de variances inégales			24,533	11,448	0,000	7,756	0,316	7,064	8,449		



الحل النموذجي

حل التمرين الأول: (04 نقاط)
لدينا

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \\ &= \frac{X_1}{n} + \frac{X_2}{n} + \dots + \frac{X_n}{n} \quad \text{0.5}\end{aligned}$$

وبما أن $X_1; X_2; \dots; X_n$ متغيرات عشوائية مستقلة و أن تباين كل منها σ^2 وفقا لنظرتي :

$$\text{var}(cX) = c^2 \text{var}(X) \quad \text{0.5}$$

$$\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) \quad \text{0.5}$$

$$\begin{aligned}\text{var}(\bar{X}) &= \text{var}\left(\frac{X_1}{n} + \frac{X_2}{n} + \dots + \frac{X_n}{n}\right) \quad \text{0.5} \\ &= \text{var}\left[\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)\right]\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{n^2} [\text{var}(X_1) + \text{var}(X_2) + \dots + \text{var}(X_n)] \quad \text{0.5}$$

$$= \frac{1}{n^2} [\sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2] \quad \text{0.5}$$

$$= \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{0.5}$$

$$\text{var}(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{0.5}$$

لدينا $n_1 = 100$ ، $n_2 = 200$ $P_2 = 0.2 \Rightarrow q_2 = 0.8$ و $p_1 = 0.3 \Rightarrow q_1 = 0.7$
 1- تحديد توزيع المعاينة للفرق بين النسبتين:

بما أن حجم العينتين كبير بالقدر الكافي فإن توزيع المعاينة للإحصائية $(\bar{p}_1 - \bar{p}_2)$ سيكون قريب من التوزيع الطبيعي بمتوسط وانحراف قدرهما على التوالي كما يلي:

$$\mu_{\bar{p}_1 - \bar{p}_2} = P_1 - P_2 = 0.3 - 0.2 = 0.1$$

$$\delta_{\bar{p}_1 - \bar{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot q_1}{n_1} + \frac{p_2 \cdot q_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.3 \cdot 0.7}{100} + \frac{0.2 \cdot 0.8}{200}} = 0.0538$$

2- احتمال أن يكون الفرق بين نسبتى الذكور في المؤسستين أكبر من 0.06:

بما أن التوزيع يقترب من التوزيع الطبيعي فإن:

$$Z = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 \cdot q_1}{n_1} + \frac{p_2 \cdot q_2}{n_2}}} = \frac{0.1 - 0.1}{0.0538} = 0.5$$

وعليه فإن الاحتمال يكون كالآتي:

$$P(\bar{p}_1 - \bar{p}_2 > 0.06) = P(Z > 0.5) = 0.5$$

ومنه احتمال أن يكون الفرق بين نسبتى الذكور في المؤسستين أكبر من 0.06 هو 0.5

3- اختبار الفرض القائل بأن نسبتى الذكور في المؤسستين متساويتين بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$

$$\begin{cases} H_0: P_1 = P_2 \\ H_1: P_1 \neq P_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_0: P_1 - P_2 = 0 \\ H_1: P_1 - P_2 \neq 0 \end{cases}$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاهها واحدا ، فإن الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:

$$-z_{\alpha/2} = -z_{0.025} = -1.96 \quad ، \quad z_{\alpha/2}$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان:

$$Z < -1.96 \quad \text{أو} \quad Z > 1.96$$

$$Z = \frac{(\bar{p}_1 - \bar{p}_2)}{\sqrt{\frac{p_1 \cdot q_1}{n_1} + \frac{p_2 \cdot q_2}{n_2}}} = \frac{0.3 - 0.2}{0.0538} = 1.858$$

نلاحظ أن $1.96 \geq 1.858$ أي أن قيمة Z تقع في منطقة قبول الفرضية H_0 ، لذلك نرفض H_1 ونقبل H_0 عند مستوى المعنوية 0.05 ، ومنه لا نقبل الفرضية القائلة بأن نسبتى الذكور في المؤسستين متساوية بمستوى معنوية 0.05.

الفرضية الصفرية : متوسط مساهمة قطاع الزراعة في الإنتاج الخام % = متوسط مساهمة قطاع الفنادق في الإنتاج الخام %

الفرضية البديلة: ليس للقطاعين نفس المساهمة.

لهذا الغرض نستخدم اختبار ستودنت لتساوي المتوسطات- حالة العينات المستقلة- والتي تُحسب بطريقتين مختلفتين. الأولى في حالة تساوي التباين ؛ الثانية، في حالة عدم تساوي التباين. ولهذا السبب يُقدم الجدول نتائج اختبار ليفين لتساوي التباين من عدمه. وقد كانت نتيجة هذا الاختبار : عدم تحقق فرضية تساوي التباين؛ ذلك أن الدلالة المرفقة بقيمة إحصاء ليفين التي تساوي $F = 30.590$ أقل من 0.001 أي $\alpha = 0.05 > Sig. = 0.000$.

وسواء كان التباين متساو أو غير متساو، علما أن اختبار ليفين يبين أنه غير متساوي، فإن قيمة الدلالة المرفقة بقيمة إحصاء T-Student المحسوبة كانت $Sig. = 0.000 < \alpha = 0.05$. وعليه، فالقرار هو عدم قبول الفرضية الصفرية. والذي يؤكد هذا القرار هو حدود مجال الثقة للفرق بين المتوسطين حيث لا يشمل الصفر.