

جامعة محمد خيضر

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

\*\*\*\*\*

مقياس رياضيات المؤسسة



## سلسلة تمارين

### التمرين 01:

حل جملة المعادلات في كل حالة من الحالات التالية :  
(أ) - بطريقة التعويض (ب) بطريقة كرامر

$$\begin{array}{l} \text{1- الحالة الأولى:} \\ \left( \begin{array}{l} 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 = 77 \\ 5X_1 + X_2 + 2X_3 = 63 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 44 \end{array} \right) \\ \text{2- الحالة الثانية:} \\ \left( \begin{array}{l} 5X_1 + 4X_2 + 3X_3 = 82 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 = 23 \\ 2X_1 + 3X_2 + 5X_3 = 55 \end{array} \right) \end{array}$$

### التمرين 02:

تنتج مؤسسة مختصة في الخياطة ثلاثة أنواع من الملابس الجاهزة مخصصة للرجال، للنساء، للأطفال) ضمن ورشاتها الثلاث التفصيل، القطع والتركيب. لإنتاج الوحدة الواحدة من ملابس الرجال يتطلب خمس ساعات عمل في التفصيل وعشر ساعات قطع وساعة واحدة تركيب بينما تستغرق الوحدة الواحدة من ملابس النساء عشر ساعات تفصيل وخمس ساعات في ورشة القطع وساعة عمل واحدة في ورشة التركيب، وإنتاج وحدة واحدة من ملابس الأطفال تستغرق ساعتين في التركيب وأربع ساعات في التفصيل وساعتين قطع. الوقت متاح للموسم القادم بالنسبة لكل ورشة هي (التفصيل: 3600، القطع: 3000، التركيب: 500) ساعة عمل.

المطلوب : ضع النموذج الرياضي الذي يسمح لهذه المؤسسة تحقيق أكبر ربح ممكن إذا علمت الربح في الوحدة الواحدة من ملابس الرجال 1200 و.ن و 1500 و.ن للوحدة من ملابس النساء و 1500 و.ن للوحدة من ملابس الأطفال.

### التمرين 03:

تلقت إحدى المؤسسات طلبية لإنتاج 1000 كغ من خليط خاص من المواد الدهنية التالية M3 M1 , M2 , تكاليف إنتاجها هي 05,06,07 وحدات نقدية على الترتيب، من بين الشروط التي يخضع لها قسم الإنتاج بهذه المؤسسة أنه لا يمكن استعمال أكثر من 300 كغ من المادة M1 ويجب استخدام 130 كغ على الأقل من المادة M2 ، وكذلك 200 كغ على الأقل من المادة M3. المطلوب: شكل هذه المسألة في صورة مسألة برمجة خطية؟.

**التمرين 04:**

على قطعة أرض مساحتها الإجمالية 42000 متر مربع نريد أن ننجز عمارات البعض منها ذات خمس أدوار، والبعض الآخر يتكون من دورين فقط، من أجل أن تستوعب هذه العمارات أكبر عدد ممكن من العائلات، والجدول التالي يبين بعض المعطيات المتعلقة بالمبنى الواحد

عدد العائلات	زمن الإنجاز	تكلفة الإنجاز	المساحة اللازمة	الأنواع
30	120 ساعة عمل	600 ألف	800 م <sup>2</sup>	العمارة ذات 5 أدوار
12	60 ساعة عمل	200 ألف	600 م <sup>2</sup>	العمارة ذات الدورين

يتطلب إنجاز هذا المشروع 4500 ساعة عمل وقد خصصت له ميزانية تقدر بـ 18000 ألف دينار المطلوب: صياغة المسألة في شكل نموذج رياضي

**التمرين 05:**

ترغب إحدى الوكالات العقارية أن تضع مخطط لعمارة تحتوي على ثلاث أنواع من المساكن مخصصة للإيجار، ولقد تم اختيار الأنواع التالية بحسب عدد الغرف:

عدد الغرف	الأجر الشهري (الكراء)	تكلفة الصيانة الشهرية
F3	27500	7500
F4	35500	10500
F5	45000	15000

تسمح المساحة المخصصة ببناء 600 مسكن على الأكثر، إذا ضاعفنا عدد المساكن من النوع F3 فإننا نستطيع بناء عدد من هذا النوع يفوق النوعين الآخرين بـ 100 مسكن على الأكثر. فإذا علمت أن الطلب على المساكن من نوع F5 يفوق بـ 20 مسكن أكثر من عدد الأنواع الأخرى. إذا كان هدف هذه الوكالة العقارية تحقيق أكبر ربح ممكن فما هو النموذج الرياضي لهذه المسألة؟

**التمرين 06:**

وقع مدير دائرة البرمجة بإحدى المؤسسات في مشكلة برمجة أوقات عمل الأقسام الإنتاجية الثلاثة القطع، التجميع، والتغليف يشتغل قسم القطع أيام السبت، الاثنين، الثلاثاء، الأربعاء، أما قسم التغليف يشتغل يومي الاثنين، والثلاثاء فقط، بينما قسم التجميع فهو يشتغل أيام الأحد، الثلاثاء والأربعاء. وقد لاحظ هذا المدير أن أكثر أيام الأسبوع ازدحاماً بالعمل هي الاثنين، الثلاثاء والأربعاء، إن من بين شروط العمل في هذه الأقسام عدم تجاوز 08 عمال يوم الاثنين بما فيهم عمال القطع والتغليف و15 عاملاً يوم الثلاثاء و10 عمال يوم الأربعاء. فإذا كانت تكلفة تشغيل العامل الواحد في قسم القطع 500 وحدة نقدية وعامل تغليف 800 وحدة نقدية، وعامل قسم التجميع 400 وحدة نقدية. المطلوب: فما هو النموذج الرياضي لهذه المسألة لأيام الثلاثة المذكورة مع الشرح.

**التمرين 07:**

قام صانع أثاث بإدخال مجموعة من المنتجات في السوق، تتكون هذه المجموعة من خزائن وكراسي ومكاتب ومكاتب، يؤدي بيع هذه المنتجات إلى ربح قدره 1000 و.ن بالنسبة للخزانة الواحدة، 2000 و.ن للكرسي، 3000 و.ن للمكتبة، 4000 و.ن للمكتب، يحدد انتاج هذه الوحدات بحوالي 400 على الأكثر شهريا، إذا جمعنا انتاج المكاتب وانتاج المكاتب فإن هذا المجموع لا يفوق انتاج الودحتين الباقيتين بأكثر من 25 وحدة اسبوعيا. إن مجموع إنتاج الكراسي والمكاتب لا يمكن أن يفوق إنتاج الخزائن والمكاتب بأكثر من 150 وحدة في الثلاثي الواحد.

المطلوب: ضع النموذج الرياضي للمسألة والذي يؤدي إلى الربح الأمثل؟.

**التمرين 08:**

تتمثل مهمة مدير دائرة الإشهار في إيجاد الكيفية المناسبة لتقسيم ميزانية الإشهار المقدرة بمبلغ 70000 وحدة نقدية على وسائل الإعلام المختلفة والمبينة في الجدول أدناه، إذ يجب إعداد على الأقل 10 إعلانات إشهارية متلفزة، وفي نفس الوقت لا يمكن صرف أكثر من 42000 وحدة نقدية لهذه العملية، كما أن الوقت المخصص للقناة الثانية يجب أن يفوق على الأقل الوقت المتاح للقناتين الأولى والأرضية بدقيقتين، بينما عدد مرات الإشهار الإذاعي يجب أن لا يتجاوز 20 إشهار متلفز.

وسيلة الإعلام	تكلفة الإعلان	درجة التأثير	الوقت المتاح للإعلان
القناة الأرضية	3000	120	45 ثانية
القناة الفضائية الأولى	4500	150	30 ثانية
القناة الفضائية الثانية	2500	90	50 ثانية
الإذاعة	2000	75	40 ثانية

المطلوب : ضع المسألة في شكل نموذج رياضي دون حلها.

**التمرين 09:**

أبحث عن منطقة الحلول الممكنة فقط في كل حالة من الحالات التالية :

**الحالة الثانية :**

$$\begin{aligned} (Max) Z &= 6X_1 + 8X_2 \\ 30X_1 + 20X_2 &\leq 300 \\ 5X_1 + 10X_2 &\leq 110 \\ 4X_1 - X_2 &= 0 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

**الحالة الرابعة :**

$$\begin{aligned} (Min) Z &= 6X + 4Y \\ X &\geq 10 \\ Y &\geq 12 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned}$$

**الحالة الأولى :**

$$\begin{aligned} (Max) Z &= 4X_1 + 3X_2 \\ 2X_1 + 3X_2 &\leq 6 \\ 3X_1 + 2X_2 &\leq 3 \\ 2X_2 &\leq 5 \\ 2X_1 + X_2 &\leq 4 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

**الحالة الثالثة :**

$$\begin{aligned} (Min) Z &= 18X + 10Y \\ 4X + 6Y &\geq 48 \\ 12X + 10Y &\geq 120 \\ 10X + 15Y &\leq 150 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned}$$

**الحالة الخامسة :**

$$\begin{aligned} (Max) Z &= 5X_1 + 8X_2 \\ 6X_2 + 4X_1 &\leq 24 \\ X_2 + 2X_1 &\leq 18 \\ 3X_1 + 9X_2 &\geq 36 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

**التمرين 10:**

باستخدام طريقة الرسم البياني، أبحث عن الحل الأمثل في الحالات التالية:

**الحالة الثانية :**

$$\begin{aligned} ((Min) Z &= 5X_1 + 2X_2 \\ X_1 + X_2 &\leq 10 \\ X_1 &= 5 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

**الحالة الأولى :**

$$\begin{aligned} (Max) Z &= 50X_1 + 80X_2 \\ 2X_1 + 2X_2 &\leq 100 \\ 4X_1 &\leq 400 \\ 8X_2 &\leq 320 \\ 40X_1 + 20X_2 &\leq 1600 \\ X_1 + X_2 &\geq 30 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned}$$

**التمرين 11:**

ليكن نماذج البرمجة الخطية التالية

**الحالة الثالثة****الحالة الثانية****الحالة الأولى**

$$\begin{aligned} &\left( \begin{aligned} (Min) Z &= 3X + 5Y \\ 3X + 2Y &\geq 6 \\ 2X + Y &= 32 \\ X &\leq 5 \\ Y &\geq 1 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned} \right) & \left( \begin{aligned} (Max) Z &= 4X + 6Y \\ 4X + Y &\leq 60 \\ X + 2Y &\leq 50 \\ Y &= 20 \\ X &\geq 6 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned} \right) & \left( \begin{aligned} (Min) Z &= 4x_1 + 5x_2 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 27 \\ 5x_1 + 5x_2 &= 60 \\ 6x_1 + 4x_2 &\geq 60 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

- المطلوب: تحويل نموذج المسألة من الشكل القانوني (Canonique) إلى الشكل المعياري (Standard).

**التمرين 12:**

تنتج ورشة خياطة منتوجين الأول خاص بالنساء والثاني موجه للأطفال بعد عملية التفصيل يتطلب مرورهما على آلة الخياطة، حيث تستغرق الوحدة الواحدة من المنتج الأول ثلاث ساعات عمل في التفصيل وساعة عمل واحدة فقط على آلة الخياطة. بينما تحتاج الوحدة من المنتج الثاني إلى ساعتين عمل في التفصيل، وساعتين عمل للخياطة. الربح في الوحدة الواحدة من هذه المنتجات هو 40، 50 وحدة نقدية على الترتيب. لقد خصصت هذه الورشة 1500 ساعة عمل من أجل عمليات التفصيل و1000 ساعة عمل للخياطة.

المطلوب:

- ضع هذه المسألة في شكل نموذج رياضي.

- حل هذا النموذج بالطريقة المبسطة

**التمرين 13:**

تقوم إحدى الشركات بالتقيب عن نوعين من المعادن ( $G_1, G_2$ ) ضمن ثلاث مناجم ( $A_1, A_2, A_3$ ) في ثلاث مناطق مختلفة ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ) الطاقة الإنتاجية اليومية بالطن لكل منجم بالنسبة لكل نوع من المعادن، وتكلفة التشغيل اليومية لكل منطقة، موضحة في الجدول التالي:

المناطق	تكلفة التشغيل	المعدن $G_2$	المعدن $G_1$	
المنطقة $Z_1$	20	4	4	المنجم $A_1$
المنطقة $Z_2$	22	6	4	المنجم $A_2$
المنطقة $Z_3$	18	1	6	المنجم $A_3$

قررت هذه الشركة استخراج ما لا يقل عن 45 طن من المعدن  $G_2$  و 68 طن من المعدن  $G_1$  - المطلوب ضع هذه المسألة في شكل نموذج برمجة خطية مع الحل.

**التمرين 14:**

ليكن لدينا نموذج لمسألة البرمجة الخطية التالي:

$$\begin{aligned} (Max) Z &= 2X_1 + 3X_2 \\ 3X_1 + 2X_2 &\leq 18 \\ X_1 + 3X_2 &\leq 9 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

المطلوب:

- أ - حل المسألة بالطريقة البيانية.  
 ب - ضع نموذج المسألة المعكوسة (الثنائية) وحل هذه المسألة بيانياً.  
 ج - راقب وتأكد بأن قيمة دالة الهدف هي نفسها في المسألتين.

**التمرين 15:**

أبحث عن الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي

$$\begin{aligned} 4X + 2Y &\geq 60 \\ 2X + 4Y &\geq 48 \\ Y &\geq 0, X \geq 0 \end{aligned}$$

في ظل الأهداف التالية:

$$\begin{aligned} (Min) Z_2 &= 30X + 20Y & (Max) Z_1 &= 5X + 10Y \\ (Min) Z_4 &= 15X + 30Y & (Max) Z_3 &= 20X + 8Y \end{aligned}$$

**ملاحظة: ليس بالضرورة أن يتم حل جميع التمارين أثناء حصص الأعمال الموجهة**