

جامعة محمد خيضر
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير



مقياس رياضيات المؤسسة
سلسلة تمارين

التمرين الأول: ليكن نماذج البرمجة الخطية التالية

النموذج الثالث

$$\begin{aligned} (\text{Min}) Z &= 3X + 5Y \\ 3X + 2Y &\geq 6 \\ 2X + Y &= 32 \\ X &\leq 5 \\ Y &\geq 1 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned}$$

النموذج الثاني

$$\begin{aligned} (\text{Max}) Z &= 4X + 6Y \\ 4X + Y &\leq 60 \\ X + 2Y &\leq 50 \\ Y &= 20 \\ X &\geq 6 \\ X, Y &\geq 0 \end{aligned}$$

النموذج الأول

$$\begin{aligned} (\text{Min}) Z &= 4x_1 + 5x_2 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 27 \\ 5x_1 + 5x_2 &= 60 \\ 6x_1 + 4x_2 &\geq 60 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- المطلوب:

- 1- تحويل نموذج المسألة من الشكل القانوني (Canonique) إلى الشكل المعياري (Standard).
- 2- ضع نموذج المسألة المعكوسة (Problème Dual).
- 3- تحويل نموذج المسألة المعكوسة من الشكل القانوني إلى الشكل المعياري.

التمرين الثاني: - أوجد نموذج المسألة المعكوسة في كل حالة من الحالات التالية

2 - الحالة الثانية:

$$\begin{aligned} (\text{Max}) Z_2 &= 2X_1 + X_2 \\ X_1 + 3X_2 &\leq 6 \\ X_1 + 5X_2 &\leq 10 \\ 2X_1 + 2X_2 &\leq 8 \\ X_1 &\geq 0, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1- الحالة الأولى:

$$\begin{aligned} (\text{Min}) Z_1 &= 5X_1 + 2X_2 + X_3 \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 &\geq 20 \\ 6X_1 + 8X_2 + 5X_3 &\geq 30 \\ 7X_1 + X_2 + 3X_3 &\geq 40 \\ X_1 + 2X_2 + 4X_3 &\geq 50 \\ X_1 &\geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

-3 الحالة الثالثة:

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_1 &= W_1 + 3W_2 + 2W_3 \\
 4W_1 + 8W_2 + 6W_3 &= 25 \\
 5W_1 + 7W_2 + W_3 &\geq 10 \\
 7W_1 + 5W_2 + 3W_3 &= 30 \\
 W_1 + 3W_2 + 5W_3 &\leq 80 \\
 w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

-4 الحالة الرابعة:

$$\begin{aligned}
 (\text{Max}) Z_1 &= 20W_1 + 30W_2 + 60W_3 \\
 3W_1 + 2W_2 + 4W_3 &= 200 \\
 2W_1 + 3W_2 + W_3 &\geq 180 \\
 4W_1 + 2W_2 + 3W_3 &= 130 \\
 6W_1 + 5W_2 + 2W_3 &\leq 150 \\
 w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

التمرين الثالث: تبحت إحدى المؤسسات عن التشكيلة المثلى من منتجاتها في ظل الظروف التالية:

الحالة الثانية: تقليص استهلاك المادة الأولية

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_2 &= 4X_1 + 3X_2 \\
 2X_1 + X_2 &\geq 0 \\
 X_1 + 2X_2 &\geq 2 \\
 X_1, X_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

الحالة الأولى: تقليص تكاليف الإنتاج

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_1 &= 3X_1 + 5X_2 \\
 3X_1 + 2X_2 &\geq 6 \\
 X_1 &\leq 5 \\
 X_2 &\geq 1 \\
 X_1, X_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

المطلوب:

1- تحديد التشكيلة المثلى في كل حالة.

2- ضع نموذج المسألة المعكوسة، ثم استنتج حلا لها.

التمرين الرابع: - باستخدام طريقة الرسم البياني أبحث عن الحل الأمثل في الحالات التالية:

2 - الحالة الثانية:

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_2 &= 6X_1 + 4X_2 + 24X_3 \\
 2X_1 + 2X_2 + 6X_3 &\geq 18 \\
 3X_1 + X_2 + 3X_3 &\geq 10 \\
 X_1, X_2, X_3 &\geq 0
 \end{aligned}$$

4 - الحالة الرابعة :

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_2 &= 36X_1 + 18X_2 + 24X_3 \\
 2X_1 + 2X_2 + 4X_3 &\geq 5 \\
 9X_1 + X_2 + 6X_3 &\geq 6 \\
 X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

6 - الحالة السادسة:

$$\begin{aligned}
 ((\text{Max}) Z_3 &= 3X_1 + 4X_2 + 3X_3 \\
 3X_1 + 2X_2 + X_3 &\leq 960 \\
 5X_1 + 8X_2 + 4X_3 &\leq 5000 \\
 3X_1 + 6X_2 + 3X_3 &\leq 2400 \\
 X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

1- الحالة الأولى:

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_1 &= 24X_1 + 18X_2 + 36X_3 \\
 4X_1 + 2X_2 + 3X_3 &\geq 5 \\
 6X_1 + X_2 + 9X_3 &\geq 8 \\
 X_1, X_2, X_3 &\geq 0
 \end{aligned}$$

3 - الحالة الثالثة :

$$\begin{aligned}
 (\text{Min}) Z_1 &= 6X_1 + 4X_2 + 24X_3 \\
 2X_1 + 2X_2 + 6X_3 &\geq 18 \\
 3X_1 + X_2 + 3X_3 &\leq 18 \\
 X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

5 - الحالة الخامسة:

$$\begin{aligned}
 (\text{Max}) Z_3 &= 25X_1 + 8X_2 + 35X_3 \\
 12X_1 + 6X_2 + 10X_3 &\leq 3200 \\
 5X_1 + 8X_2 + 12X_3 &\leq 3450 \\
 X_1 &\leq 50 \\
 X_3 &\leq 200 \\
 X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

التمرين الخامس: حل مسائل البرمجة الخطية التالية باستخدام طريقة المرحلتين

$$\begin{aligned}(\text{Min}) Z &= 5X_1 + 2X_2 \\ 2X_1 + 5X_2 &\geq 10 \\ X_1 + X_2 &\geq 4 \\ X_1, X_2 &\geq 0\end{aligned}$$

النموذج الثالث

$$\begin{aligned}(\text{Min}) Z &= 6X_1 + 3X_2 + 5X_3 \\ 6X_1 + 3X_2 + X_3 &\geq 2 \\ 3X_1 + 4X_2 + X_3 &\leq 5 \\ X_1 &\geq 0 \\ X_2 &\geq 0 \\ X_3 &\geq 0\end{aligned}$$

النموذج الثاني

$$\begin{aligned}(\text{Max}) Z &= 20X_1 + 30X_2 + 40X_3 \\ X_1 + X_2 + X_3 &\leq 1 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 &= 2 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 &\geq 4 \\ X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0\end{aligned}$$

التمرين السادس: أبحث عن الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي

$$\begin{aligned}4X + 2Y &\geq 60 \\ 2X + 4Y &\geq 48 \\ Y &\geq 0, X \geq 0\end{aligned}$$

في ظل الأهداف التالية:

$$(\text{Min}) Z_2 = 30X + 20Y$$

$$(\text{Max}) Z_1 = 5X + 10Y$$

$$(\text{Min}) Z_4 = 15X + 30Y$$

$$(\text{Max}) Z_3 = 20X + 8Y$$

التمرين السابع: - ليكن لدينا نموذج البرمجة الخطية التالي:

$$\begin{aligned}Max Z &= 3X_1 + 2X_2 + 5X_3 && \text{تعظيم الأرباح} \\ X_1 + 2X_2 + X_3 &\leq 340 && \text{قيد المادة الأولى} \\ X_1 + 2X_3 &\leq 460 && \text{قيد المادة الثانية} \\ 3X_1 + 4X_2 &\leq 420 && \text{قيد ساعات العمل} \\ X_1, X_2, X_3 &\geq 0 && \text{قيد عدم السلبية}\end{aligned}$$

- المطلوب:

أدرس ماذا يحدث في الحالات التالية:

1. لو يرتفع الربح في الوحدة من المنتج الأول إلى أكثر من 7 وحدات نقدية؟.
2. إذا تغيرت معايير استهلاك المواد في إنتاج المنتج الأول
3. إذا ارتفع الربح في الوحدة من المنتج الثاني إلى 10 وحدات نقدية؟.
4. عند تخفيض ساعات العمل إلى 300 ساعة فقط؟

التمرين الثامن:

- ليكن لدينا النموذج الرياضي التالي:

$$\begin{aligned} [MAX] Z &= 8X_1 + 6X_2 \\ 4X_1 + 2X_2 &\leq 60 \\ 2X_1 + 4X_2 &\leq 48 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

والحل الأمثل لهذه المسألة هو كالتالي :

C _j	V	Q _j	8	6	0	0
			X ₁	X ₂	e ₁	e ₂
8	X ₁	12	1	0	1/3	-1/6
6	X ₂	6	0	1	-1/6	1/3
Z = 132			0	0	-5/3	-2/3

- المطلوب:

- 1- ضع نموذج المسألة المعكوسة. بين حل هذه المسألة انطلاقاً من الجدول الذي أمامك.
- 2- بين حدود تغير مختلف الموارد بحيث لا يتغير الحل الأمثل.
- 3- ضمن كل حالة من الحالات التالية منفردة بين ما إذا يتغير الحل الأمثل أم لا؟
إذا كان : $C_1 = 2$, $C_2 = 20$, $a_2 = 6$, $Q_1 = 48$

التمرين التاسع:

تلقت إحدى المؤسسات طلبية تتضمن إنتاج 3000 زوج من ثلاث أنواع من الأحذية (أحذية رجال P₁، أحذية أطفال P₂ أحذية نساء P₃) تحتوي بنود هذه الطلبية 1000 زوج من أحذية الرجال، وما لا يقل عن 1500 زوج من أحذية الأطفال.
والجدول التالي يبين أهم المعطيات.

الوقت المتاح	أحذية نساء	أحذية أطفال	أحذية رجال	
5000 ^h	3 ^h	2 ^h	1 ^h	الورشة الأولى
3500 ^h	1 ^h	1 ^h	2 ^h	الورشة الثانية
-	300	250	100	الربح الصافي

- المطلوب:

- 1- أوجد الحل الأمثل لهذه المسألة باستخدام الطريقة المبسطة (Simplexe)؟.
- 2- أدرس حدود تغير الأرباح بالنسبة للمنتجات الثلاثة لكي يبقى الحل دون تغيير؟.
- 3- هل يمكن تخفيض حجم ساعات عمل الورشات إلى النصف.
- 4- يفكر قادة هذه المؤسسة في شراء آلة لتدعيم عمل الورشة الأولى، وقد يؤدي ذلك لتخفيض الوقت المخصص للإنتاج إلى ساعة عمل واحدة فقط لكل نوع من الأحذية، هل سيؤثر شراء هذه الآلة على البرنامج الإنتاجي لهذه المؤسسة.